

Dérivation de solutions d'équations différentielles par rapport aux paramètres. Une implantation en Maple

John Masse (Appedge) François Ollivier (CNRS)

La dérivation automatique de programme est une technique bien connue et dont les avantages par rapport aux méthodes de différences finies sont clairement établis. Cependant, dans certaines situations, un calcul satisfaisant nécessite de remonter à la source du problème. C'est en particulier le cas pour les solutions d'équations différentielles paramétrées. La présence de discontinuités est une circonstance aggravante.

Le package Diffedge, développé par Appedge, permet de dériver des modèles décrits par des schémas-blocs en Matlab/Simulink[5]. Afin d'illustrer un article sur cette problématique un petit package Maple a été écrit, permettant de traiter des problèmes d'optimisation ou de tester l'identifiabilité des paramètres d'un modèle (*cf. e.g.* [2]).

On décrira la stratégie d'implémentation, à partir d'un résultat mathématique classique qui exprime les dérivées comme solutions d'un nouveau système[4, 1, 3, 6], les difficultés rencontrées et des situations *a priori* déroutantes, quand `evalb(N=N)` retourne `false`.

Références

- [1] BLISS (Gilbert Ames), "Solutions of differential equations as functions of the constants of integration", *Bull. Amer. Math. Soc.* vol.25 , 15–26, 1918.
- [2] DUBOIS (François), textescLe Meur (Hervé V.J.) et REISS (Claude), « Mathematical modeling of antigenicity for HIV dynamics », *MathematicS In Action*, **3**, (1), 1–35, 2010.
- [3] GRÖNWALL (Thomas Hakon), "Note on the Derivatives with Respect to a Parameter of the Solutions of a System of Differential Equations", *Annals of Mathematics*, Second Series, Vol.20, No. 4, pp. 292–296, 1919.
- [4] JACOBI (Carl Gustav Jacob), "De investigando ordine systematis aequationum differentialium vulgarium cujuscunque", *Gesammelte Werke V*, 193-216. "The order of a system of ordinary differential equations", *AAECC*, **20**, (1), 7–32, 2009.
- [5] MASSE (John) and CAMBOIS (Thierry), "Differentiation, sensitivity analysis and identification of hybrid Models under Simulink", *Symposium Techniques Avancées et Stratégies Innovantes en Modélisation et Commandes Robustes des Processus Industriels*, Martigues, 21 & 22 septembre 2004.
- [6] RITT (Joseph Fels), "On the differentiability of the solution of a differential equation with respect to a parameter", *Ann. of Math.* vol. 20, 289–291, 1919.